**DST Mathématiques**

**Durée : 1 h 45**

*Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.*

*Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.*

**EXERCICE 1 :**

1. **Résolution d’une équation différentielle**

On considère l’équation différentielle , où *y* est une fonction de la variable réelle *x*, définie et dérivable sur [0 ; 5] , et y ’ la fonction dérivée de la fonction *y*.

1. Déterminer les solutions sur [0 ; 5] de l’équation différentielle .
2. Soit la fonction définie sur [0 ; 5] par , où *a* est une constante réelle. Déterminer *a* pour que la fonction soit solution particulière de l’équation différentielle (*E*).
3. En déduire l’ensemble des solutions de l’équation différentielle (*E*).
4. Déterminer la solution de l’équation différentielle (*E*) qui vérifie la condition (0) = 0.
5. **Etude d’une fonction**

Soit la fonction définie sur [0 ; 5] par . Soit C la courbe représentative de C dans un repère d’unité graphique 2 cm

1. On désigne par ’ la fonction dérivée de la fonctionsur [-5; 5]. Déterminer.
2. Etudier le signe desur [0; 5]. En déduire les variations de  sur cet intervalle et dresser son tableau de variations. On précisera les valeurs remarquables de  et
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de en 0.
4. **Calcul intégral**
5. Calculer la valeur exacte de l’intégrale  puis en donner une valeur approchée au centième.
6. En déduire la valeur moyenne de la fonction sur [0; 5].

**EXERCICE 2 :**

Des enquêtes concernant les véhicules circulant en France ont été effectuées.

Elles montrent que :

• 12% des véhicules ont des freins défectueux ;

• parmi les véhicules ayant des freins défectueux, 20% ont un éclairage défectueux ;

• parmi les véhicules ayant de bons freins, 8% ont un éclairage défectueux.

Dans l'espoir d'améliorer la sécurité routière, la gendarmerie effectue, au hasard, des contrôles de véhicules.

On appelle E l'événement "le véhicule contrôlé a un bon éclairage" et F l'événement "le véhicule a de bons freins".

1. Donner les probabilités , de  puis .
2. Calculer la probabilité pour qu'un véhicule contrôlé ait des freins défectueux et un éclairage défectueux et la probabilité pour qu'un véhicule contrôlé ait de bons freins et un éclairage défectueux.
3. En déduire la probabilité pour qu'un véhicule contrôlé ait un éclairage défectueux.
4. Sachant qu'un véhicule contrôlé a un éclairage défectueux, quelle est la probabilité pour qu'il ait des freins défectueux.

**EXERCICE 3 :**

Une étude épidémiologique concernant une certaine maladie a été réalisée dans des familles ayant deux enfants de moins de 10 ans, une fille et un garçon.

On a constaté que 20 % des filles et 50 % des garçons sont touchés par la maladie. Par ailleurs, dans les familles où la fille est touchée par la maladie, le garçon l’est aussi dans 70 % des cas.

On choisit au hasard une des familles ayant fait l’objet de cette étude.

On notera F l’événement « la fille est atteinte par la maladie » et G l’événement « le garçon est atteint par la maladie ».

Calculer la probabilité des événements suivants :

1. A : « les deux enfants sont atteints par la maladie »
2. B : « au moins l’un des deux enfants est atteint »
3. C : « aucun des deux enfants n’est atteint »
4. D : « sachant que le garçon est atteint, la fille l’est aussi »
5. E : « sachant que le garçon n’est pas atteint, la fille l’est ».